ОЛИМПИАДА ГУМРФ

по высшей математике

17.03.2020

Условия задач Н.М. Гулевича

1. Вычислить интеграл .
2. Пусть *a, b, c, d* – целые числа. Доказать, что число  можно представить в виде суммы квадратов двух целых чисел.
3. Плоскость рассекает треугольную пирамиду на два многогранника. Найдите отношение объемов этих многогранников, если секущая плоскость делит три ребра, сходящиеся в одной вершине пирамиды, в отношении 1:3; 1:4 и 5:1, считая от вершины.
4. Является ли число  рациональным?
5. Найти предел .
6. Решить уравнение , где *m, n* – целые числа.
7. Пусть функция  имеет на отрезке  производные до второго порядка включительно и  на интервале . Доказать, что выполняется неравенство .
8. Решить дифференциальное уравнение .
9. На плоскости  даны точки ,  и . Доказать, что для любой точки *D* плоскости  выполняется .
10. Пусть у матрицы *А* третьего порядка все элементы  принадлежат отрезку . Доказать, что  (или ).

Ответы

1. 
2.
3. 
4. Нет
5. 0
6. *m*=1, *n*=1 и *m*=2, *n*=3
7.
8.  или 
9.
10.