

**Министерство образования и науки Российской Федерации
Национальный исследовательский университет ИТМО
(Университет ИТМО)**

**Региональная студенческая
математическая олимпиада
Санкт-Петербурга
2021 г.**



Санкт-Петербург

2021

В 2000-2020 гг. студенческая олимпиада г. Санкт-Петербурга по математике проводилась Национальным исследовательским университетом ИТМО (до 2019 года носившим название Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, а до 2011 - Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, СПбГУ ИТМО). В 2021 году каждый вуз мог выставить на олимпиаду одну команду из 3 человек (в командный зачет входили все участники команды) и студентов в личный зачет. В личном зачете участвовали все заявленные студенты.

Олимпиада проводилась в воскресенье 25 октября 2021 года в дистанционном режиме. На решение задач отводилось 4 часа. Пользоваться печатными или электронными справочниками не разрешалось. Студентам всех групп было предложено 9 задач. Каждая задача оценивалась в 10 баллов.

Председателем жюри был профессор Попов И.Ю. В оргкомитет олимпиады входили: проректор Университета ИТМО д.т.н., проф. Никифоров В.О., зам. Нач. ДНИиР Студеникин Л.М., нач. ДОД Багаутдинова А.Ш., руководитель СПИБ Липин Д.А., проф., д.ф.-м.н Попов И.Ю., доц. Аксенов В.Е., доц., к.т.н. Блинова И.В., к.ф.-м.н. Трифанова Е.С., к.ф.-м.н. Трифанов А.И, доц., к.ф.-м.н. Попов А.И.; к.т.н. Правдин К.В., к.ф.-м.н. Бабушкин М.В., доц., к.ф.-м.н. Бойцев А.А., асс. Фалеева М.П., вед. инж. Коченюк Т.Г.

Составители: доц., PhD Аксенов В.Е., проф., д.ф.-м.н. Широков Н.А., д.ф.-м.н. Попов И.Ю.; доц., к.ф.-м.н. Трифанова Е.С., к.т.н. Блинова И.В., к.ф.-м.н. Трифанов А.И., к.ф.-м.н. Попов А.И., к.т.н. Правдин К.В., к.ф.-м.н. Бабушкин М.В., асс. Фалеева М.П.

Региональная олимпиада студентов вузов Санкт-Петербурга 2021 г.

1. На эллипсе $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ найдите все точки $T = (x_0, y_0)$, такие, что треугольник ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$ и касательной к эллипсу в точке T имеет минимальную площадь.

2. Найдите $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin x^2 + \sin y^2 + \sin z^2}{x^2 + y^2 + z^2}$.

3. Найдите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1^{1^{2021}} \cdot 2^{2^{2021}} \cdot \dots \cdot n^{n^{2021}})^{1/n^{2022}}}{n^{1/2022}}$.

4. Рассмотрим две непрерывные функции $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ и $g : [0, 1] \rightarrow (0, \infty)$, такие что f неубывающая. Докажите, что $\int_0^t f(x)g(x) dx \cdot \int_0^1 g(x) dx \leq \int_0^t g(x) dx \cdot \int_0^1 f(x)g(x) dx$, $t \in [0, 1]$.

5. Пусть S — подпоследовательность гармонического ряда $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$, сумма которой конечна. Пусть $c(n)$ число элементов S , номер которых в исходной последовательности не превосходит n . Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c(n)}{n} = 0$.

6. Пусть $y_1(x), y_2(x)$ и $y_3(x)$ являются решениями дифференциального уравнения $y''' + a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = 0$ и для них известно, что $y_1^2(x) + y_2^2(x) + y_3^2(x) = 1$ для всех x . Найдите константы α и β такие, что $z = (y_1'(x))^2 + (y_2'(x))^2 + (y_3'(x))^2$ является решением $z' + \alpha a(x)z + \beta c(x) = 0$.

7. Пусть $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ непрерывная функция такая, что $\int_0^1 f(x) dx = 0$.

Докажите, что существует точка $c \in (0, 1)$ такая, что $\int_0^c x f(x) dx = 0$.

8. Докажите, что если A - вещественная 2×2 матрица, то $\det(A^2 + A + I) \geq \frac{3}{4}(1 - \det A)^2$.

9. Пусть r, s - заданные рациональные числа. Найдите все функции $f : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ такие, что $f(x + f(y)) = f(x + r) + y + s$ для всех $x, y \in \mathbb{Q}$ (\mathbb{Q} - множество рациональных чисел).

Региональная олимпиада студентов вузов Санкт-Петербурга 2021
25.10.2021

1. На эллипсе $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ найдите все точки $T = (x_0, y_0)$, такие, что треугольник ограниченный прямыми $x = 0$, $y = 0$ и касательной к эллипсу в точке T имеет минимальную площадь.

Решение. Касательная в точке (x_0, y_0) имеет вид $\frac{xx_0}{a^2} + \frac{yy_0}{b^2} = 1$. Тем самым точки пересечения на осях получаются $(\frac{a^2}{x_0}, 0)$ и $(0, \frac{b^2}{y_0})$. Площадь тогда равна $\frac{a^2 b^2}{|x_0 y_0|}$, и нам надо максимизировать $|x_0 y_0|$.

Используя неравенство о среднем арифметическом и геометрическом, получаем $\frac{1}{2} = \frac{\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2}}{2} \geq \sqrt{\frac{x_0^2}{a^2} \frac{y_0^2}{b^2}} = \frac{|x_0 y_0|}{|ab|}$. Максимум достигается, когда $\frac{x_0^2}{a^2} = \frac{y_0^2}{b^2}$. Это когда $(x_0^2, y_0^2) = (\frac{a^2}{2}, \frac{b^2}{2})$. Получается четыре точки в ответе.

Ответ. $(x_0, y_0) = (\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}})$, $(x_0, y_0) = (-\frac{a}{\sqrt{2}}, \frac{b}{\sqrt{2}})$, $(x_0, y_0) = (\frac{a}{\sqrt{2}}, -\frac{b}{\sqrt{2}})$, $(x_0, y_0) = (-\frac{a}{\sqrt{2}}, -\frac{b}{\sqrt{2}})$.

2. Найдите $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin x^2 + \sin y^2 + \sin z^2}{x^2 + y^2 + z^2}$.

Решение. Существует константа $c > 0$, такая что $|\sin t - t| \leq c|t|^3$ для всех $t \in \mathbb{R}$. Если $x^2 + y^2 + z^2 = r^2 > 0$, то $|\frac{\sin x^2 + \sin y^2 + \sin z^2}{x^2 + y^2 + z^2} - 1| \leq \frac{|\sin(x^2) - x^2| + \dots}{r^2} \leq \frac{c(x^6 + y^6 + z^6)}{r^2} \leq \frac{cr^6}{r^2} = cr^4 \rightarrow 0$.

Ответ. 1.

3. Найдите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1^{2021} \cdot 2^{2021} \cdot \dots \cdot n^{2021})^{1/n}}{n^{1/2022}}$.

Решение. Заменим 2021 на p и возьмём логарифм от выражения под знаком предела.

$$A_p = \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{(1^{2021} \cdot 2^{2021} \cdot \dots \cdot n^{2021})^{1/n}}{n^{1/(p+1)}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} \right)^p \ln k - \frac{\ln n}{p+1} \right) =$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} \right)^p \ln \frac{k}{n} - \left(\frac{1}{p+1} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} \right)^p \right) \ln n \right).$$

Заметим, что первый член представляет собой интегральную сумму для интеграла, который вычисляется с помощью интегрирования по частям:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} \right)^p \ln \frac{k}{n} = \int_0^1 x^p \ln x \, dx = \frac{-1}{(p+1)^2}.$$

Рассмотрим второй член:

$$\left(\frac{1}{p+1} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(\frac{k}{n} \right)^p \right) \ln n. \tag{1}$$

Пусть

$$S_p(n) = \sum_{k=1}^n k^p.$$

Для вычисления этой суммы воспользуемся биномом Ньютона. Действительно,

$$(k-1)^{p+1} = k^{p+1} - C_{p+1}^1 k^p + C_{p+1}^2 k^{p-1} - \dots + (-1)^p C_{p+1}^p k - (-1)^p.$$

$$(k-1)^{p+1} - k^{p+1} = -C_{p+1}^1 k^p + C_{p+1}^2 k^{p-1} - \dots + (-1)^p C_{p+1}^p k - (-1)^p.$$

Положим последовательно $k = 1, 2, \dots, n$ и сложим полученные равенства. В левой части произойдут значительные сокращения, а в правой образуются суммы $S_\ell, \ell \leq p$:

$$-n^{p+1} = -C_{p+1}^1 S_p(n) + C_{p+1}^2 S_{p-1}(n) - \dots + (-1)^p C_{p+1}^p S_1(n) - (-1)^p S_0(n).$$

Отсюда находим

$$S_p(n) = \frac{1}{p+1} n^{p+1} + C_{p+1}^2 S_{p-1}(n) - \dots + (-1)^p C_{p+1}^p S_1(n) - (-1)^p S_0(n). \quad (2)$$

Из (2) следует по индукции, что $S_p(n)$ есть полином степени $p+1$ относительно n со старшим коэффициентом $\frac{1}{p+1}$. Действительно, $S_0(n) = n$, то есть база индукции есть. Предположим, что утверждение верно для сумм $S_0(n), S_1(n), \dots, S_{p-1}(n)$. Тогда в правой части (2) получим полином степени $p+1$ относительно n со старшим коэффициентом $\frac{1}{p+1}$, то есть утверждение верно и для $S_p(n)$, что и требовалось доказать.

Значит, для (1) получаем при $n \rightarrow \infty$:

$$\left(\frac{1}{p+1} - \frac{1}{n^{p+1}} \sum_{k=1}^n k^p \right) \ln n \sim c \frac{\ln n}{n} \rightarrow 0.$$

Таким образом,

$$A_p = \frac{-1}{(p+1)^2},$$

и искомый предел равен

$$e^{\frac{-1}{(p+1)^2}}.$$

Ответ. $e^{\frac{-1}{2022^2}}$

4. Рассмотрим две непрерывные функции $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ и $g : [0, 1] \rightarrow (0, \infty)$, такие что f неубывающая. Докажите, что $\int_0^t f(x)g(x) dx \cdot \int_0^1 g(x) dx \leq \int_0^t g(x) dx \cdot \int_0^1 f(x)g(x) dx$.

Решение.

Определим функцию $F : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ как

$$F(t) = \frac{\int_0^t f(x)g(x) dx}{\int_0^t g(x) dx}.$$

Очевидно, что $F(t)$ дифференцируема на $(0, 1]$, так как f, g непрерывны и g не обращается в нуль (положительна). Тем самым

$$F'(t) = \frac{f(t)g(t) \int_0^t g(x) dx - g(t) \int_0^t f(x)g(x) dx}{\left(\int_0^t g(x) dx \right)^2} = g(t) \frac{\int_0^t (f(t) - f(x))g(x) dx}{\left(\int_0^t g(x) dx \right)^2} \geq 0.$$

Поэтому $F(t)$ неубывающая, а значит $F(t) \leq F(1)$, что и дает требуемое неравенство.

5. Пусть S — подпоследовательность гармонического ряда $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$, сумма которой конечна. Пусть $c(n)$ число элементов S , номер которых в исходной последовательности не превосходит n . Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{c(n)}{n} = 0$.

Решение.

Пусть $S \subseteq \mathbb{Z}$ — выбранные элементы, и пусть $d(n) = \frac{1}{n} \#(S \cap [1, n]) = \frac{c(n)}{n}$.

Тогда для каждого $n \geq 1$, у нас будет $1_{n \in S} = n \cdot d(n) - (n-1) \cdot d(n-1)$ (где $d(0) = 0$). При этом $\#(S \cap [1, n]) = \sum_{k \leq n} 1_{k \in S}$.

Теперь посмотрим на частичную сумму подпоследовательности $s(N) = \sum_{n \leq N} \frac{1_{n \in S}}{n}$. Используя равенство выше $1_{n \in S}$, мы получаем $s(N) = \left(\sum_{n \leq N} d(n) \right) - \left(\sum_{n \leq N} \frac{n-1}{n} d(n-1) \right) = d(N) + \sum_{n < N} \frac{d(n)}{n+1}$.

По условию, $s(N)$ имеет конечный предел, то есть сходится. Из этого следует, что $\sum_{n < N} \frac{d(n)}{n+1}$ тоже сходится, так как возрастает и ограничена. Как следствие, мы получим, что $d(N)$ сходится, так как представляется суммой двух сходящихся последовательностей.

Покажем, что $\lim_{N \rightarrow \infty} d(N) = 0$. Пусть это не так, то есть предел равен какому-то положительному числу a . Тогда найдется $N_1 > 0$ такое, что для любого $N > N_1$, выполнено $d(N) > \frac{a}{2}$. Тем самым, последовательность $\sum_{n < N} \frac{d(n)}{n+1} \rightarrow \infty$ при $N \rightarrow \infty$, так как расходится гармонический ряд, а значит, и его остаток, начиная с члена с номером N_1 . Противоречие. Значит $\lim_{N \rightarrow \infty} d(N) = 0$.

6. Пусть $y_1(x), y_2(x)$ и $y_3(x)$ являются решениями дифференциального уравнения $y''' + a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = 0$ и для них известно, что $y_1^2(x) + y_2^2(x) + y_3^2(x) = 1$ для всех x . Найдите константы α и β такие, что $z = (y_1'(x))^2 + (y_2'(x))^2 + (y_3'(x))^2$ является решением $z' + \alpha a(x)z + \beta c(x) = 0$.

Решение. Домножим исходное дифференциальное уравнение на y , поставим y_1, y_2 и y_3 и сложим полученные три уравнения. Приходим к уравнению $(y_1 y_1''' + y_2 y_2''' + y_3 y_3''') + a(x)(y_1 y_1'' + y_2 y_2'' + y_3 y_3'') + b(x)(y_1 y_1' + y_2 y_2' + y_3 y_3') + c(x)(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) = 0$.

Мы знаем, что $y_1^2(x) + y_2^2(x) + y_3^2(x) = 1$. Если мы возьмём производную от этого равенства, то получим, что $y_1 y_1' + y_2 y_2' + y_3 y_3' = 0$. Взяв производную ещё раз, получим $y_1 y_1'' + y_2 y_2'' + y_3 y_3'' = -y_1'^2 - y_2'^2 - y_3'^2 = -z(x)$. Взяв производную в третий раз, получим $(y_1 y_1''' + y_2 y_2''' + y_3 y_3''') + (y_1' y_1'' + y_2' y_2'' + y_3' y_3'') = -z'$. Заметим, что $y_1' y_1'' + y_2' y_2'' + y_3' y_3'' = \frac{1}{2} z'$. Тем самым, $y_1 y_1''' + y_2 y_2''' + y_3 y_3''' = -\frac{3}{2} z'$. Подставляя всё, что мы получили в первое уравнение, получаем $-\frac{3}{2} z' - a(x)z + c(x) = 0$. Поделив на $-\frac{3}{2}$, мы получим требуемое уравнение, то есть $\alpha = \frac{2}{3}$ и $\beta = -\frac{2}{3}$.

Ответ: $\alpha = \frac{2}{3}, \beta = -\frac{2}{3}$.

7. Пусть $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ непрерывная функция такая, что $\int_0^1 f(x) dx = 0$.

Докажите, что существует точка $c \in (0, 1)$ такая, что $\int_0^c x f(x) dx = 0$.

Решение. Пусть $F(x) = \int_0^x t f(t) dt$. F определена на $[0, 1]$ и дифферен-

цируема, так как f непрерывна.

По правилу Лопиталья можно получаем $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xf(x)}{1} = 0$.

Возьмём $a \in (0, 1)$ и проинтегрируем по частям:

$$\int_a^1 f(x) dx = \int_a^1 \frac{1}{x} xf(x) dx = \frac{1}{x} \cdot F(x)|_a^1 + \int_a^1 F(x) \cdot \frac{1}{x^2} dx.$$

Устремим a к 0. Тогда получим, что $0 = \int_0^1 f(x) dx = F(1) + \int_0^1 \frac{F(x)}{x^2} dx$.

Отсюда следует, что если $F(1) > 0$, то существует $x_0 \in (0, 1)$ такое, что $F(x_0) < 0$, и наоборот, если $F(1) < 0$, то существует $x_0 \in (0, 1)$ такое, что $F(x_0) > 0$. Так как $F(x)$ непрерывна, то существует $c \in (0, 1)$, что $F(c) = 0$. В случае с $F(1) = 0$, то есть две точки x_1, x_2 такие, что в них $F(x)$ принимает значения разных знаков, а значит есть точка c между ними, где $F(c) = 0$. Значений разных знаков у функции $F(x)$ не будет, только если $F(x) \equiv 0$.

8. Докажите, что если A - вещественная 2×2 матрица, то $\det(A^2 + A + I) \geq \frac{3}{4}(1 - \det A)^2$.

Решение. Известно, что $p(x) = \det(A - xI) = x^2 - ax + b$, где $a = \text{Tr} A$ и $b = \det A$. Пусть $\epsilon = e^{i\frac{2\pi}{3}}$. Тогда $\epsilon + \epsilon^2 = -1$. Следовательно,

$$\det(A^2 + A + I) = \det(A - \epsilon I)(A - \epsilon^2 I) = p(\epsilon)p(\epsilon^2).$$

Подставляя $p(x)$, получим $\det(A^2 + A + I) = (\epsilon^2 - a\epsilon + b)(\epsilon - a\epsilon^2 + b) = 1 - a\epsilon + b\epsilon^2 - a\epsilon^2 + a^2 - ab\epsilon + b\epsilon - ab\epsilon^2 + b^2 = 1 + (-a + b - ab)(\epsilon + \epsilon^2) + a^2 + b^2 = 1 + a - b + ab + a^2 + b^2 = a^2 + (1+b)a + (b^2 - b + 1)$. Минимум этого квадратного трёхчлена достигается в точке $a = -\frac{b+1}{2}$ и равен $\frac{3}{4}(1-b)^2$. Так как $b = \det A$, получаем нужное неравенство.

9. Пусть r, s - заданные рациональные числа. Найдите все функции $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ такие, что $f(x + f(y)) = f(x + r) + y + s$ для всех $x, y \in \mathbb{Q}$ (\mathbb{Q} - множество рациональных чисел).

Решение. Обозначим $g(x) = f(x) - r - s$. Тогда получим следующее равенство: $g(x + g(y)) = g(x + f(y) - r - s) = f((x - r - s) + f(y)) - r - s = f(x - s) + y + s - r - s = g(x - s) + y + s$.

$g^2(x + g(y)) = g(y + s + g(x - s)) = g(y) + x$. Тем самым g^2 есть тождественное преобразование ($g^2 = \text{id}$) на элементах вида $x + g(y)$. Если мы зафиксируем $y = y_0$, то получим, что $g^2 = \text{id}$ на множестве $\{x + f(y_0) \mid x \in \mathbb{Q}\}$, которое совпадает со всем \mathbb{Q} . Тем самым $g^2 = \text{id}$ на всём \mathbb{Q} .

$g(x + y) = g(x + g(g(y))) = g(x - s) + g(y) + s$. Аналогично, $g(x + y) = g(y - s) + g(x) + s$, поэтому, разделяя переменные, получаем, что $g(x) - g(x - s) = g(y) - g(y - s) = C$ для какого-то C . Тогда получим, что $g(x + y) = g(x) + g(y) + (s - C)$.

Подставим $x = y = 0$, и получим $g(0) = C - s$, тем самым $g(x + y) = g(x) + g(y) - g(0)$. Решая аналогично задаче Коши, получим, что $g(x) = \lambda x + g(0) = \lambda x + z$, для каких-то констант λ и z .

Подставляем всё обратно в начальное условие для g . $g(x + g(y)) = g(x + \lambda y + z) = \lambda x + \lambda^2 y + (\lambda + 1)z$. С другой стороны, $g(x + g(y)) = g(x - s) + y + s = \lambda x - \lambda s + z + y + s$.

Тем самым, получаем $\lambda^2 = 1$ (как коэффициент при y), а $\lambda z + z = -\lambda s + z + s$ (как коэффициент при константе), то есть $\lambda z = (1 - \lambda)s$.

Тогда у нас получается два решения: 1) $\lambda = 1$ и $z = 0$, что даёт $g(x) = x$; 2) $\lambda = -1$ и $z = -2s$, что даёт $g(x) = -x - 2s$.

Это приводит к двум решениям $f(x) = x + r + s$ и $f(x) = -x - s + r$. Легко проверить, что эти функции удовлетворяют исходному уравнению.

Ответ. $f(x) = x + r + s$ и $f(x) = -x - s + r$.

Количество участников, решивших задачи (определено по формуле: полная сумма набранных всеми участниками баллов за задачу, деленная на 10 (стоимость задачи)).

№ задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Кол-во решивших	24,2	22,7	30,4	10,3	6,0	7,3	12,7	2,9	5,0

В олимпиаде приняли участие студенты следующих университетов:

Университет ИТМО

Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ)

Санкт-Петербургский государственный экономический университет (СПбГЭУ)

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП)

Государственный университет морского и речного флота им. адм. С.О. Макарова (ГУМРФ)

Российский государственный педагогический университет им. А.И.Герцена(РГПУ)

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского (ВКА)

Военный институт (инженерно-технический) (ВИИТ)

Санкт-Петербургский горный университет

Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д.Ф. Устинова (БГТУ)

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ имени В.И.Ульянова (ЛЭТИ)"

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбГПУ)

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича(СПбГУТ)

Санкт-Петербургский государственный технологический институт (технический университет) (ТИ)

Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", Санкт-Петербургский филиал (ВШЭ)

Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ)

Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации (СПбГУГА)

Результаты в командном зачете:

I группа	II группа	III группа
1. ИТМО – 150	1. ВКА – 70	1. ВИ(ИТ) – 95
2. ВШЭ – 113	2. ГУМРФ – 43	2. СПБГЭУ – 74
3. СПБПУ - 57	3. БГТУ – 27	3. Горный – 39
4. РГПУ - 28	4. СПБГУТ – 23	4. РГГМУ - 11
	5. СПБТИ(ТУ)- 16	5. СПБГУГА-0
	6. ЛЭТИ – 5	
	7. ГУАП – 2	

Результаты участников, вошедших в командный зачет

I группа

ИТМО

Яковлев З. А.	79
Орешников Д.М.	53
Иванова А.А.	18

ВШЭ

Мосин В.Д.	48
Сурков М.К.	42
Петроченков М.С.	23

СПБПУ

Косолапов Е.С.	24
Ле Ву Бинь	20
Корейкина Н.В.	13

РГПУ

Фофанов К. А.	12
Конькина В.С..	12
Трескунова Р.М.	4

II группа

ВКА

Давыденко В.С.	23
Сизов Р. Р.	23
Ковальчук В.С.	24

ЛЭТИ

Сабанов П.А.	5
Григорьева О.В.	0
Самофалов Д.А.	0

ГУАП

Боярская Т.А.	1
Нитловский С.Д.	1
Заякина У.Б.	0

ГУМРФ

Ободков И.Б.	26
Гончарук В.А.	13
Григорьев Н.А.	4

СПБГУТ

Сауленко Е.П.	12
Правдин А.А.	10
Павлов Е. О.	1

БГТУ

Прушинский Н.А.	11
Чугунов Д.В.	10
Бояркина Ю.В.	6

СПБТИ(ТУ)

Пронина Ю.А.	8
Мартьянов Д.Э.	5
Тульский Г.В.	3

III группа

ВИ(ИТ)

Полыгалов Е.О..	32
Гизатуллин Р.З..	26
Сорокин Н. В.	37

СПБГЭУ

Романов А.Д..	29
Булыгин М. Е	27
Кочерова Е.О.	18

Горный

Тобиас Н.Ф.	17
Кузьмин П.В.	15
Байрамгулов И.З.	7

РГГМУ

Ягнюков С.А.	10
Ясников А.И.	1
Хижнякова К.А..	0

СПБГУГА

Жолоб Ю.О.	0
Привалова М.В..	0
Васылев Д.А..	0

Личное первенство:

I группа

№	ФИО	ВУЗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ	Дип-лом
1	Яковлев Захар Александрович	ИТМО	10	10	8	10	10	10	8	10	3	79	Гран-при
2	Орешников Даниил Михайлович	ИТМО	10	10	5	0	5	1	0	10	2	53	I
3	Мосин Владислав Дмитриевич	ВШЭ	3	10	5	10	10	0	0	10	0	48	I
4	Сурков Максим Константинович	ВШЭ	2	10	10	10	10	0	0	0	0	42	I
5	Золотарев Сергей Андреевич	ИТМО	10	2	0	10	5	0	1	10	2	40	I
6	Ашихмин Анатолий Александрович	ИТМО	10	10	0	8	10	0	0	0	0	38	I
7	Сушков Матвей Станиславович	СПбГУ	10	10	0	10	0	0	0	4	3	37	I
8	Смирнов Вадим Маратович	СПбГУ	7	5	4	10	1	0	10	0	0	37	I
9	Мавлютов Эрвин Акимович	ИТМО	10	2	0	10	0	0	0	10	0	32	II
10	Ле Ву Бинь	СПбПУ	9	1	0	0	0	0	0	9	10	29	II
11	Косолапов Егор Сергеевич+А42	СПбПУ	10	8	4	2	0	0	0	0	0	24	II
12	Петроченков Михаил Сергеевич	ВШЭ	2	10	7	4	0	0	0	0	0	23	II
13	Харламов Александр Сергеевич	ИТМО	10	10	0	1	0	0	0	0	0	21	II
14	Гольдберг Артемий Александрович	СПбПУ	10	0	0	0	0	0	0	9	2	21	II
15	Захаров Кирилл Витальевич	ИТМО	10	10	0	0	0	0	0	0	0	20	II
16	Лукьянов Александр Сергеевич	ВШЭ	10	10	0	0	0	0	0	0	0	20	II
17	Красников Роман Андреевич	СПбПУ	10	0	0	0	0	0	9	0	0	19	III
18	Иванова Александра Александровна	ИТМО	9	2	1	0	5	0	0	1	0	18	III
19	Боярский Серафим Константинович	СПбПУ	1	0	4	10	0	0	0	0	0	15	III
20	Корейкина Наталья Владимировна	СПбПУ	10	0	0	0	0	2	0	0	1	13	III
21	Пьянков Андрей Александрович	ИТМО	10	0	0	0	2	0	0	0	0	12	III
22	Громов Федор Александрович	ВШЭ	0	10	0	0	0	0	0	0	2	12	III
23	Конькина Вероника Сергеевна	РГПУ	10	1	0	0	0	0	1	0	0	12	III
24	Фофанов Кирилл Алексеевич	РГПУ	2	10	0	0	0	0	0	0	0	12	III
25	Филин Александр Алексеевич	СПбПУ	10	2	0	0	0	0	0	0	0	12	III
26	Лепихов Сергей Петрович	ИТМО	10	0	0	0	0	0	0	1	0	11	III
27	Кикенов Арманжан	СПбГУ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	III
28	Раев Алексей Алексеевич	СПбГУ	7	0	1	1	0	0	1	0	0	10	III
29	Желудев Кирилл Игоревич	СПбПУ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	III

II группа

№	ФИО	ВУЗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ	Диплом
1	Ободков Иван Борисович	ГУМРФ	10	1	0	1	8	0	5	1	0	26	II
2	Ковальчук Владимир Сергеевич	ВКА	10	0	5	8	0	0	0	0	1	24	II
3	Сизов Роман Ренадович	ВКА	10	1	5	0	0	0	0	0	7	23	II
4	Давыденко Владислав Сергеевич	ВКА	10	1	5	0	0	0	0	0	7	23	II
5	Волков Глеб Геннадьевич	ВКА	10	0	5	0	0	0	0	0	0	15	III
6	Шафеев Тимур Рустамович	ВКА	10	0	5	0	0	0	0	0	0	15	III
7	Гончарук Владимир Андреевич	ГУМРФ	9	0	0	0	3	0	0	1	0	13	III
8	Шоюнзун Дамбажай Рокиевич	ВКА	10	1	1	0	0	0	0	0	0	12	III
9	Сауленко Евгений Павлович	СПбГУТ	10	1	1	0	0	0	0	0	0	12	III
10	Иванов Серафим Кириллович	ЛЭТИ	9	1	0	0	0	0	0	2	0	12	III
11	Прушинский Никита Александрович	БГТУ	8	1	0	0	2	0	0	0	0	11	III
12	Полетаев Марк Валерьевич	ВКА	9	1	1	0	0	0	0	0	0	11	III
13	Облаков Никита Александрович	СПбГУТ	10	1	0	0	0	0	0	0	0	11	III
14	Чугунов Данила Владимирович	БГТУ	5	0	0	0	0	0	5	0	0	10	III
15	Правдин Андрей Алексеевич	СПбГУТ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	III
16	Азаров Максим Сергеевич	ЛЭТИ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	III

III группа

№	ФИО	ВУЗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ	Дип Лом
1	Сорокин Никита Васильевич	ВИ(ИТ)	10	10	5	10	0	0	1	1	0	37	I
2	Польгалов Егор Олегович	ВИ(ИТ)	10	1	5	5	0	10	1	0	0	32	I
3	Романов Александр Дмитриевич	СПбГЭУ	10	9	0	0	0	0	0	10	0	29	II
4	Пименова Таисия Владимировна	СПбГЭУ	10	9	0	0	0	0	0	10	0	29	II
5	Булыгин Максим Евгеньевич	СПбГЭУ	10	7	0	0	0	0	10	0	0	27	II
6	Гизатуллин Радмир Загитович	ВИ(ИТ)	10	10	5	0	0	0	1	0	0	26	II
7	Ключев Дмитрий Юрьевич	ВИ(ИТ)	10	5	1	1	0	8	0	0	0	25	II
8	Кочерова Екатерина Олеговна	СПбГЭУ	0	8	0	0	0	0	0	10	0	18	III
9	Тобиас Николай Фёдорович	Горный	0	1	0	0	3	0	3	0	10	17	III
10	Жогликов Евгений Олегович	ВИ(ИТ)	10	0	5	0	0	0	0	0	1	16	III
11	Литовченко Никита Олегович	ВИ(ИТ)	4	1	1	0	0	0	0	10	0	16	III
12	Кузьмин Павел Вячеславович	Горный	10	0	1	2	2	0	0	0	0	15	III
13	Сапожков Денис Александрович	ВИ(ИТ)	10	1	1	0	0	0	1	1	0	14	III
14	Белова Мария Андреевна	СПбГЭУ	0	0	3	0	0	0	0	10	1	14	III
15	Малахов Дмитрий Витальевич	ВИ(ИТ)	10	1	0	0	0	0	1	1	0	13	III
16	Заревин Владимир Александрович	ВИ(ИТ)	10	0	1	0	0	0	0	1	0	12	III
17	Дубинка Анатолий Юрьевич	Горный	10	0	1	0	0	0	0	0	0	11	III
18	Баранов Андрей Павлович	ВИ(ИТ)	10	1	0	0	0	0	0	0	0	11	III
19	Холоденко Евгений Дмитриевич	ВИ(ИТ)	10	0	0	0	0	1	0	0	0	11	III
20	Крушинов Роман Дмитриевич	Горный	4	1	0	3	0	0	2	0	0	10	III
21	Донцова Александра Евгеньевна	Горный	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	III
22	Кузнецов Никита	СПбГЭУ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	III
23	Кочеткова Елизавета Дмитриевна	РГГМУ	1	9	0	0	0	0	0	0	0	10	III
24	Ягнюков Семён Алексеевич	РГГМУ	0	10	0	0	0	0	0	0	0	10	III

Ранжированный список участников студенческой математической олимпиады Санкт-Петербурга по математике 2021 года.

ФИО	ВУЗ	Вес задачи / номер задачи									Сумма баллов	Место
		1	2	3	4	5	6	7	8	9		
Яковлев Захар Александрович	ИТМО	10	10	8	10	10	10	8	10	3	79	1
Орешников Даниил Михайлович	ИТМО	10	10	5	10	5	1	0	10	2	53	2
Мосин Владислав Дмитриевич	ВШЭ	3	10	5	10	10	0	0	10	0	48	3
Сурков Максим Константинович	ВШЭ	2	10	10	10	10	0	0	0	0	42	4
Золотарев Сергей Андреевич	ИТМО	10	2	0	10	5	0	1	10	2	40	5
Ашихмин Анатолий Александрович	ИТМО	10	10	0	8	10	0	0	0	0	38	6
Сушков Матвей Станиславович	СПбГУ	10	10	0	10	0	0	0	4	3	37	7
Смирнов Вадим Маратович	СПбГУ	7	5	4	10	1	0	10	0	0	37	8
Сорокин Никита Васильевич	ВИ(ИТ)	10	10	5	10	0	0	1	1	0	37	9
Мавлютов Эрвин Акимович	ИТМО	10	2	0	10	0	0	0	10	0	32	10
Польгалов Егор Олегович	ВИ(ИТ)	10	1	5	5	0	10	1	0	0	32	11
Романов Александр Дмитриевич	СПбГЭУ	10	9	0	0	0	0	0	10	0	29	12
Пименова Таисия Владимировна	СПбГЭУ	10	9	0	0	0	0	0	10	0	29	13
Ле Ву Бинь	СПбПУ	9	1	0	0	0	0	0	9	10	29	14
Булыгин Максим Евгеньевич	СПбГЭУ	10	7	0	0	0	0	10	0	0	27	15
Гизатуллин Радмир Загитович	ВИ(ИТ)	10	10	5	0	0	0	1	0	0	26	16
Ободков Иван Борисович	ГУМРФ	10	1	0	1	8	0	5	1	0	26	17
Киллошев Дмитрий Юрьевич	ВИ(ИТ)	10	5	1	1	0	8	0	0	0	25	18
Ковальчук Владимир Сергеевич	ВКА	10	0	5	8	0	0	0	0	1	24	19
Косолапов Егор Сергеевич+А42	СПбПУ	10	8	4	2	0	0	0	0	0	24	20
Сизов Роман Ренадович	ВКА	10	1	5	0	0	0	0	0	7	23	21
Давыденко Владислав Сергеевич	ВКА	10	1	5	0	0	0	0	0	7	23	22
Петроченков Михаил Сергеевич	ВШЭ	2	10	7	4	0	0	0	0	0	23	23
Харламов Александр Сергеевич	ИТМО	10	10	0	1	0	0	0	0	0	21	24
Гольдберг Артемий Александрович	СПбПУ	10	0	0	0	0	0	0	9	2	21	25
Захаров Кирилл Витальевич	ИТМО	10	10	0	0	0	0	0	0	0	20	26
Лукьянов Александр Сергеевич	ВШЭ	10	10	0	0	0	0	0	0	0	20	27
Красников Роман Андреевич	СПбПУ	10	0	0	0	0	0	9	0	0	19	28
Иванова Александра Александровна	ИТМО	9	2	1	0	5	0	0	1	0	18	29
Кочерова Екатерина Олеговна	СПбГЭУ	0	8	0	0	0	0	0	10	0	18	30
Тобиас Николай Фёдорович	Горный	0	1	0	0	3	0	3	0	10	17	31
Жогликов Евгений Олегович	ВИ(ИТ)	10	0	5	0	0	0	0	0	1	16	32
Литовченко Никита Олегович	ВИ(ИТ)	4	1	1	0	0	0	0	10	0	16	33
Кузьмин Павел Вячеславович	Горный	10	0	1	2	2	0	0	0	0	15	34
Волков Глеб Геннадьевич	ВКА	10	0	5	0	0	0	0	0	0	15	35
Шафеев Тимур Рустамович	ВКА	10	0	5	0	0	0	0	0	0	15	36
Боярский Серафим Константинович	СПбПУ	1	0	4	10	0	0	0	0	0	15	37
Сапожков Денис Александрович	ВИ(ИТ)	10	1	1	0	0	0	1	1	0	14	38
Белова Мария Андреевна	СПбГЭУ	0	0	3	0	0	0	0	10	1	14	39
Малахов Дмитрий Витальевич	ВИ(ИТ)	10	1	0	0	0	0	1	1	0	13	40
Гончарук Владимир Андреевич	ГУМРФ	9	0	0	0	3	0	0	1	0	13	41

Корейкина Наталья Владимировна	СПБПУ	10	0	0	0	0	2	0	0	1	13	42
Пьянков Андрей Александрович	ИТМО	10	0	0	0	2	0	0	0	0	12	43
Шоюнзун Дамбажай Рокиевич	ВКА	10	1	1	0	0	0	0	0	0	12	44
Сауленко Евгений Павлович	СПБГУТ	10	1	1	0	0	0	0	0	0	12	45
Громов Федор Александрович	ВШЭ	0	10	0	0	0	0	0	0	2	12	46
Конькина Вероника Сергеевна	РГПУ	10	1	0	0	0	0	1	0	0	12	47
Фофанов Кирилл Алексеевич	РГПУ	2	10	0	0	0	0	0	0	0	12	48
Заревин Владимир Александрович	ВИ(ИТ)	10	0	1	0	0	0	0	1	0	12	49
Иванов Серафим Кириллович	ЛЭТИ	9	1	0	0	0	0	0	2	0	12	50
Филин Александр Алексеевич	СПБПУ	10	2	0	0	0	0	0	0	0	12	51
Лепихов Сергей Петрович	ИТМО	10	0	0	0	0	0	0	1	0	11	52
Прушинский Никита Александрович	БГТУ	8	1	0	0	2	0	0	0	0	11	53
Дубинка Анатолий Юрьевич	Горный	10	0	1	0	0	0	0	0	0	11	54
Полетаев Марк Валерьевич	ВКА	9	1	1	0	0	0	0	0	0	11	55
Облаков Никита Александрович	СПБГУТ	10	1	0	0	0	0	0	0	0	11	56
Баранов Андрей Павлович	ВИ(ИТ)	10	1	0	0	0	0	0	0	0	11	57
Холоденко Евгений Дмитриевич	ВИ(ИТ)	10	0	0	0	0	1	0	0	0	11	58
Кикенов Арманжан	СПБГУ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	59
Раев Алексей Алексеевич	СПБГУ	7	0	1	1	0	0	1	0	0	10	60
Чугунов Данила Владимирович	БГТУ	5	0	0	0	0	0	5	0	0	10	61
Крушинов Роман Дмитриевич	Горный	4	1	0	3	0	0	2	0	0	10	62
Донцова Александра Евгеньевна	Горный	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	63
Правдин Андрей Алексеевич	СПБГУТ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	64
Кузнецов Никита	СПБГЭУ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	65
Азаров Максим Сергеевич	ЛЭТИ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	66
Желудев Кирилл Игоревич	СПБПУ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	67
Кочеткова Елизавета Дмитриевна	РГГМУ	1	9	0	0	0	0	0	0	0	10	68
Ягнюков Семён Алексеевич	РГГМУ	0	10	0	0	0	0	0	0	0	10	69
Сибатуллина Дарья Радиковна	Горный	2	1	0	3	0	0	0	2	0	8	70
Галкин Ярослав Алексеевич	ВКА	1	0	5	0	0	0	2	0	0	8	71
Пронина Юлия Алексеевна	ТИ	7	1	0	0	0	0	0	0	0	8	72
Палий Анастасия Андреевна	СПБГЭУ	4	0	0	0	1	0	0	3	0	8	73
Байрамгулов Инзиль Зуфарович	Горный	5	1	1	0	0	0	0	0	0	7	74
Баранов Виктор Михайлович	СПБГЭУ	3	1	1	1	0	0	1	0	0	7	75
Бояркина Юлия Владимировна	БГТУ	6	0	0	0	0	0	0	0	0	6	76
Галиева Ангелина Александровна	БГТУ	0	1	0	1	0	0	0	4	0	6	77
Мартьянов Денис Эдуардович	ТИ	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5	78
Сабанов Петр Александрович	ЛЭТИ	0	5	0	0	0	0	0	0	0	5	79
Акименко Полина Дмитриевна	СПБГУТ	4	0	0	0	0	0	0	0	0	4	80
Трескунова Рахель Михайловна	РГПУ	3	1	0	0	0	0	0	0	0	4	81
Григорьев Николай Андреевич	ГУМРФ	3	1	0	0	0	0	0	0	0	4	82
Мальцев Юрий Сергеевич	ГУМРФ	3	1	0	0	0	0	0	0	0	4	83
Литягин Семён Михайлович	ЛЭТИ	3	1	0	0	0	0	0	0	0	4	84
Тульский Георгий Вячеславович	ТИ	2	1	0	0	0	0	0	0	0	3	85
Пантелеева Татьяна Сергеевна	ТИ	2	1	0	0	0	0	0	0	0	3	86
Ковалев Сергей Андреевич	ТИ	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2	87

Бурымов Николай Александрович	ВИ(ИТ)	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2	88
Зудилов Дмитрий Олегович	ГУМРФ	1	0	0	0	0	0	0	1	0	2	89
Черствов Антон Андреевич	БГТУ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	90
Бобров Денис Александрович	БГТУ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	91
Чернавин Павел Александрович	Горный	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	92
Пупейко Дарья Николаевна	Горный	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	93
Тихменев Александр Сергеевич	Горный	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	94
Павлов Егор Олегович	СПбГУТ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	95
Волох Кирилл Александрович	СПбГУТ	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	96
Зарецкий Даниил Евгеньевич	СПбГУТ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	97
Боярская Татьяна Анатольевна	ГУАП	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	98
Шиловский Степан Дмитриевич	ГУАП	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	99
Шацких Кирилл Павлович	ВИ(ИТ)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	100
Сергеев Андрей Евгеньевич	ГУМРФ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	101
Бесчастный Андрей Александрович	ГУМРФ	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	102
Кондратов Юрий Александрович	ЛЭТИ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	103
Чернов Арсений Александрович	ЛЭТИ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	104
Ясников Алексей Игоревич	РГГМУ	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	105
Гаврилюк Данила Антонович	Горный	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	106
Прокопьев Алексей Алексеевич	Горный	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	107
Хайретдинов Салават Ильшатovich	Горный	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	108
Ли Павел Ильич	Горный	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	109
Жолоб Юлия Олеговна	СПбГУГА	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
Привалова Марина Вячеславовна	СПбГУГА	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	111
Васылёв Дмитрий Александрович	СПбГУГА	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	112
Галицкий Григорий Егорович	ТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	113
Заякина Ульяна Борисовна	ГУАП	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	114
Григорьева Ольга Викторовна	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	115
Самофалов Даниил Алексеевич	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	116
Джалилов Мирвет Ренатович	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	117
Ильин Денис Александрович	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	118
Куртова Карина Александровна	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	119
Максимов Иван Максимович	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120
Перчаткин Димитрий Львович	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	121
Смирнов Иван Алексеевич	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Чернов Тимофей Дмитриевич	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	123
Бабкова Валерия Дмитриевна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	124
Бельченков Артём Алексеевич	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	125
Габидулина Светлана Владиславовна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	126
Опря Кристина Сергеевна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	127
Лобанов Мирон Алексеевич	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	128
Петров Андрей Константинович	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	129
Попов Михаил Владимирович	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	130
Рем Александра Сергеевна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	131
Симанович Анна Андреевна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	132
Степанов Даниил Андреевич	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	133

Смирнов Артём Анатольевич	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	134
Хижнякова Ксения Александровна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	135
Шарага Алексей Игоревич	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	136
Ширкунов Артём Алексеевич	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	137