

Практическая работа № 2

РАСЧЁТ ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

2.1. Описание работы

Цель работы — освоение общепринятой методики расчёта погрешности косвенных измерений.

Содержание работы. Каждый студент получает от преподавателя индивидуальный вариант с результатами измерений. Знакомится с методическими указаниями и производит оценку погрешности косвенных измерений.

2.2. Основные определения

По способу получения информации измерения делятся на следующие виды:

- прямые;
- косвенные.

Определение *прямых измерений* дано выше в работе № 1.

Косвенные измерения — измерения, при которых искомое значение физической величины находят на основании известной функциональной зависимости между этой величиной и величинами, значения которых получены прямыми измерениями.

К косвенным измерениям, например, относятся: определение высоты строительного объекта тригонометрическим методом; определение объёма параллелепипеда перемножением длины, ширины и высоты, определение плотности тела по измеренным массе и объёму и т. д.

2.3. Теоретические сведения

Пусть известна функциональная зависимость между величиной y и величинами $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, которая имеет вид $y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$. Измерением величин $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ необходимо найти величину y . Если при измерениях величин $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ известны ошибки (погрешности) $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_i, \dots, \Delta x_n$ определения $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, то погрешность оценки физической величины y можно вычислить по формуле:

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (2.1)$$

Причём погрешность Δx_i можно определить путём многократных измерений, вычисляя СКО и используя коэффициенты Стьюдента, или при однократных измерениях, используя предельные погрешности средств измерения.

Ниже в табл. 2.1 в качестве справочных даны формулы дифференцирования:

Таблица 2.1

Формулы дифференцирования

Функция	Производная
$y = \text{const}$	$y' = 0$
$y = x^n$	$y' = nx^{n-1}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = Cu(x)$	$y' = Cu'(x)$
$y = u(x) + v(x) - w(x)$	$y' = u'(x) + v'(x) - w'(x)$
$y = u(x)v(x)$	$y' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$
$y = \frac{u(x)}{v(x)}$	$y' = \frac{u'(x)v(x) - v'(x)u(x)}{v^2(x)}$

2.4. Порядок выполнения работы

Работа рассчитана на 2 ч.

1. Получить от преподавателя два индивидуальных варианта (Приложение 2) для выполнения работы.
2. Пользуясь формулой (2.1), вычислить погрешность Δy косвенных измерений величины Δy .
3. Записать результат в виде: $y = y \pm \Delta y$.

2.5. Пример выполнения работы

Требуется определить результат однократного измерения плотности ρ тела неправильной формы с помощью взвешивания и погружения.

$$\rho = \frac{M}{V},$$

где M — масса тела, определяемая взвешиванием; V — объём тела, определяемый погружением.

Взвешивание производится на лабораторных весах. Предельная погрешность весов равна $\pm 0,1$ г. Результат взвешивания — $M = 12,4$ г.

Определение объёма производят погружением тела в заполненную водой мерную мензурку. Предельная погрешность средства измерения (мензурки) равна $\pm 0,1$ см³. Результат измерения объёма — $V = 3,1$ см³.

$$\text{Плотность материала равна } \rho = \frac{M}{V} = \frac{12,4}{3,1} = 4,0 \text{ г/см}^3.$$

Согласно формуле (2.1) выражение для вычисления погрешности определения плотности можно записать следующим образом:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial M}\Delta M\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\Delta V\right)^2}.$$

Так как проводятся однократные измерения, то в качестве погрешностей ΔM и ΔV возьмём предельные погрешности средств измерения, т. е. $\Delta M = 1$ мг, а $\Delta V = 0,1$ см³.

Пользуясь правилами дифференцирования, перепишем указанное выражение в следующем виде:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta M}{V}\right)^2 + \left(-\frac{M}{V^2}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,1}{3,1}\right)^2 + \left(-\frac{12,4}{3,1}0,1\right)^2} = 0,13, \text{ г/см}^3.$$

Таким образом, окончательный результат косвенного измерения плотности выглядит следующим образом:

$$\rho = 4,00 \pm 0,13 \text{ г/см}^3.$$

2.6. Содержание отчёта

1. Исходные данные в соответствии с индивидуальным вариантом задания.
2. Вычисления с сопутствующими пояснениями.
3. Результат.

2.7. Контрольные вопросы

1. Что такое действительное значение измеряемой величины и погрешность измерения?
2. Чем отличаются прямые измерения от косвенных?
3. Когда проводят однократные измерения?
4. Что принимается в качестве погрешности Δx_i измерения величин x_i при косвенных измерениях величины y , являющейся функцией величин x_i ?

Варианты заданий для выполнения работы № 2

Варианты с 1-го по 5-й

Определить погрешность результата однократного измерения силы тока I_x в электрической цепи на приведённой схеме, если известно:

$$I_x = I_{\text{пр}} \frac{R_{\text{ш}} + R_{\text{пр}}}{R_{\text{ш}}},$$

где $I_{\text{пр}}$ — показания прибора; $R_{\text{ш}}$ — номинальное сопротивление шунта; $R_{\text{пр}}$ — номинальное внутреннее сопротивление прибора И.

Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов				
		1	2	3	4	5
	Диапазон показаний (по шкале), А	0... ...50	0... ...50	0... ...10	0... ...10	0... ...100
	$I_{\text{пр}}$, А	15	10	9	6	15
	$R_{\text{ш}}$, Ом	$5 \cdot 10^{-3}$	20	$3 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	20
	$R_{\text{пр}}$, Ом	$4 \cdot 10^{-3}$	50	$6 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	50
	класс точности прибора	2,5	1,5	6,0	4,0	2,5
	класс точности шунта	0,5	0,5	2,5	2,0	1,5

Варианты с 6-го по 11-й

По результатам однократных измерений активного сопротивления резистора R и падения напряжения на нем U определить потребляемую резистором мощность P :

$$P = \frac{U^2}{R},$$

причём сопротивление R измеряется омметром, а напряжение U — вольтметром.

Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов					
		6	7	8	9	10	11
	R , Ом	300	300	50	400	500	400
	U , В	40	40	100	50	60	80
	Класс точности омметра	1,0	1,0	1,0	2,0	1,0	1,5
	Диапазон показаний омметра, Ом	0... ...10 ³	0... ..10 ³	0... ...150	0... ...10 ³	0... ...10 ³	0... ...10 ³
	Класс точности вольтметра	1,5	1,5	2,6	2,0	1,0	1,0
	Диапазон показаний вольтметра, В	0... ..100	0... ..10 ³	0... 500	0... 100	0... ..100	0... ..100

Варианты с 12-го по 17-й

Определить результат однократного измерения диаметра малого основания конуса d с использованием аттестованных роликов диаметром d_p :

$$d = m - d_p \frac{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha},$$

где α — угол конуса; m — показания микрометра.

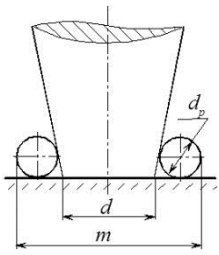
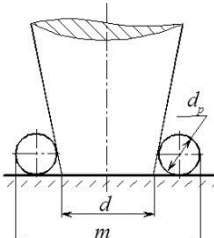
Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов		
		12	13	14
	Предельная погрешность микрометра, мм	$\pm 0,005$	$\pm 0,005$	$\pm 0,005$
	α	10°	11°	8°
	d_p , мм	30 $\pm 0,002$	28 $\pm 0,002$	12 $\pm 0,002$
	m , мм	80	75	63

Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов		
		15	16	17
	Предельная погрешность микрометра, мм	±0,005	±0,005	±0,005
	α	5°	5°	7°
	d_p , мм	8 ±0,002	10 ±0,002мм	10 ±0,002мм
	m , мм	44	50 мм	52 мм

Варианты с 18-го по 22-й

Определить результат однократного измерения межосевого расстояния A по результатам измерения размеров A_1 и A_2 детали, изображенной на эскизе:

$$A = \frac{A_1 + A_2}{2}$$

Размеры A_1 и A_2 измеряются штангенциркулем.

Схема	Параметр	Значения параметров для вариантов				
		18	19	20	21	22
	A_1 , мм	80	100	80	92	60
	A_2 , мм	200	200	200	198	120
	Предельная погрешность штангенциркуля, мкм	50	100	100	100	50