

## Практическая работа № 2

# РАСЧЁТ ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

### 2.1. Описание работы

Цель работы — освоение общепринятой методики расчёта погрешности косвенных измерений.

Содержание работы. Каждый студент получает от преподавателя индивидуальный вариант с результатами измерений. Знакомится с методическими указаниями и производит оценку погрешности косвенных измерений.

### 2.2. Основные определения

По способу получения информации измерения делятся на следующие виды:

- прямые;
- косвенные.

Определение *прямых измерений* дано выше в работе № 1.

*Косвенные измерения* — измерения, при которых искомое значение физической величины находят на основании известной функциональной зависимости между этой величиной и величинами, значения которых получены прямыми измерениями.

К косвенным измерениям, например, относятся: определение высоты строительного объекта тригонометрическим методом; определение объёма параллелепипеда перемножением длины, ширины и высоты, определение плотности тела по измеренным массе и объёму и т. д.

### 2.3. Теоретические сведения

Пусть известна функциональная зависимость между величиной  $y$  и величинами  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ , которая имеет вид  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n)$ . Измерением величин  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$  необходимо найти величину  $y$ . Если при измерениях величин  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$  известны ошибки (погрешности)  $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_i, \dots, \Delta x_n$  определения  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ , то погрешность оценки физической величины  $y$  можно вычислить по формуле:

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right)^2}. \quad (2.1)$$

Причём погрешность  $\Delta x_i$  можно определить путём многократных измерений, вычисляя СКО и используя коэффициенты Стьюдента, или при однократных измерениях, используя предельные погрешности средств измерения.

Ниже в табл. 2.1 в качестве справочных даны формулы дифференцирования:

Таблица 2.1

Формулы дифференцирования

| Функция                  | Производная                                 |
|--------------------------|---|
| $y = \text{const}$       | $y' = 0$                                    |
| $y = x^n$                | $y' = nx^{n-1}$                             |
| $y = \sin x$             | $y' = \cos x$                               |
| $y = \cos x$             | $y' = -\sin x$                              |
| $y = Cu(x)$              | $y' = Cu'(x)$                               |
| $y = u(x) + v(x) - w(x)$ | $y' = u'(x) + v'(x) - w'(x)$                |
| $y = u(x)v(x)$           | $y' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$                |
| $y = \frac{u(x)}{v(x)}$  | $y' = \frac{u'(x)v(x) - v'(x)u(x)}{v^2(x)}$ |

## 2.4. Порядок выполнения работы

Работа рассчитана на 2 ч.

1. Получить от преподавателя два индивидуальных варианта (Приложение 2) для выполнения работы.
2. Пользуясь формулой (2.1), вычислить погрешность  $\Delta y$  косвенных измерений величины  $\Delta y$ .
3. Записать результат в виде:  $y = y \pm \Delta y$ .

## 2.5. Пример выполнения работы

Требуется определить результат однократного измерения плотности  $\rho$  тела неправильной формы с помощью взвешивания и погружения.

$$\rho = \frac{M}{V},$$

где  $M$  — масса тела, определяемая взвешиванием;  $V$  — объём тела, определяемый погружением.

Взвешивание производится на лабораторных весах. Предельная погрешность весов равна  $\pm 0,1$  г. Результат взвешивания —  $M = 12,4$  г.

Определение объёма производят погружением тела в заполненную водой мерную мензурку. Предельная погрешность средства измерения (мензурки) равна  $\pm 0,1$  см<sup>3</sup>. Результат измерения объёма —  $V = 3,1$  см<sup>3</sup>.

$$\text{Плотность материала равна } \rho = \frac{M}{V} = \frac{12,4}{3,1} = 4,0 \text{ г/см}^3.$$

Согласно формуле (2.1) выражение для вычисления погрешности определения плотности можно записать следующим образом:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial M}\Delta M\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\Delta V\right)^2}.$$

Так как проводятся однократные измерения, то в качестве погрешностей  $\Delta M$  и  $\Delta V$  возьмём предельные погрешности средств измерения, т. е.  $\Delta M = 1$  мг, а  $\Delta V = 0,1$  см<sup>3</sup>.

Пользуясь правилами дифференцирования, перепишем указанное выражение в следующем виде:

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta M}{V}\right)^2 + \left(-\frac{M}{V^2}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,1}{3,1}\right)^2 + \left(-\frac{12,4}{3,1}0,1\right)^2} = 0,13, \text{ г/см}^3.$$

Таким образом, окончательный результат косвенного измерения плотности выглядит следующим образом:

$$\rho = 4,00 \pm 0,13 \text{ г/см}^3.$$

## 2.6. Содержание отчёта

1. Исходные данные в соответствии с индивидуальным вариантом задания.
2. Вычисления с сопутствующими пояснениями.
3. Результат.

## 2.7. Контрольные вопросы

1. Что такое действительное значение измеряемой величины и погрешность измерения?
2. Чем отличаются прямые измерения от косвенных?
3. Когда проводят однократные измерения?
4. Что принимается в качестве погрешности  $\Delta x_i$  измерения величин  $x_i$  при косвенных измерениях величины  $y$ , являющейся функцией величин  $x_i$ ?

**Варианты заданий для выполнения работы № 2**

**Варианты с 1-го по 5-й**

Определить погрешность результата однократного измерения силы тока  $I_x$  в электрической цепи на приведённой схеме, если известно:

$$I_x = I_{\text{пр}} \frac{R_{\text{ш}} + R_{\text{пр}}}{R_{\text{ш}}},$$

где  $I_{\text{пр}}$  — показания прибора;  $R_{\text{ш}}$  — номинальное сопротивление шунта;  $R_{\text{пр}}$  — номинальное внутреннее сопротивление прибора И.

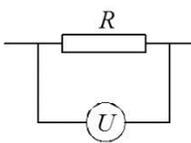
| Схема | Параметр                         | Значения параметров для вариантов |               |                   |                   |                |
|-------|----------------------------------|-----------------------------------|---------------|-------------------|-------------------|----------------|
|       |                                  | 1                                 | 2             | 3                 | 4                 | 5              |
|       | Диапазон показаний (по шкале), А | 0...<br>...50                     | 0...<br>...50 | 0...<br>...10     | 0...<br>...10     | 0...<br>...100 |
|       | $I_{\text{пр}}$ , А              | 15                                | 10            | 9                 | 6                 | 15             |
|       | $R_{\text{ш}}$ , Ом              | $5 \cdot 10^{-3}$                 | 20            | $3 \cdot 10^{-3}$ | $2 \cdot 10^{-3}$ | 20             |
|       | $R_{\text{пр}}$ , Ом             | $4 \cdot 10^{-3}$                 | 50            | $6 \cdot 10^{-3}$ | $4 \cdot 10^{-3}$ | 50             |
|       | класс точности прибора           | 2,5                               | 1,5           | 6,0               | 4,0               | 2,5            |
|       | класс точности шунта             | 0,5                               | 0,5           | 2,5               | 2,0               | 1,5            |

**Варианты с 6-го по 11-й**

По результатам однократных измерений активного сопротивления резистора  $R$  и падения напряжения на нем  $U$  определить потребляемую резистором мощность  $P$ :

$$P = \frac{U^2}{R},$$

причём сопротивление  $R$  измеряется омметром, а напряжение  $U$  — вольтметром.

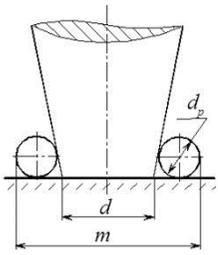
| Схема   | Параметр                         | Значения параметров для вариантов |                            |                |                            |                            |                            |
|---|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------|----------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
|   |                                  | 6                                 | 7                          | 8              | 9                          | 10                         | 11                         |
|  | $R$ , Ом                         | 300                               | 300                        | 50             | 400                        | 500                        | 400                        |
|   | $U$ , В                          | 40                                | 40                         | 100            | 50                         | 60                         | 80                         |
|   | Класс точности омметра           | 1,0                               | 1,0                        | 1,0            | 2,0                        | 1,0                        | 1,5                        |
|   | Диапазон показаний омметра, Ом   | 0...<br>...10 <sup>3</sup>        | 0...<br>...10 <sup>3</sup> | 0...<br>...150 | 0...<br>...10 <sup>3</sup> | 0...<br>...10 <sup>3</sup> | 0...<br>...10 <sup>3</sup> |
|   | Класс точности вольтметра        | 1,5                               | 1,5                        | 2,6            | 2,0                        | 1,0                        | 1,0                        |
|   | Диапазон показаний вольтметра, В | 0...<br>...100                    | 0...<br>...10 <sup>3</sup> | 0...<br>500    | 0...<br>100                | 0...<br>...100             | 0...<br>...100             |

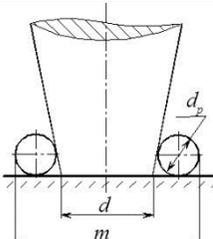
### Варианты с 12-го по 17-й

Определить результат однократного измерения диаметра малого основания конуса  $d$  с использованием аттестованных роликов диаметром  $d_p$ :

$$d = m - d_p \frac{1 + \sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha},$$

где  $\alpha$  — угол конуса;  $m$  — показания микрометра.

| Схема   | Параметр                              | Значения параметров для вариантов |                |                |
|---|---------------------------------------|-----------------------------------|----------------|----------------|
|   |                                       | 12                                | 13             | 14             |
|  | Предельная погрешность микрометра, мм | $\pm 0,005$                       | $\pm 0,005$    | $\pm 0,005$    |
|   | $\alpha$                              | 10°                               | 11°            | 8°             |
|   | $d_p$ , мм                            | 30 $\pm 0,002$                    | 28 $\pm 0,002$ | 12 $\pm 0,002$ |
|   | $m$ , мм                              | 80                                | 75             | 63             |

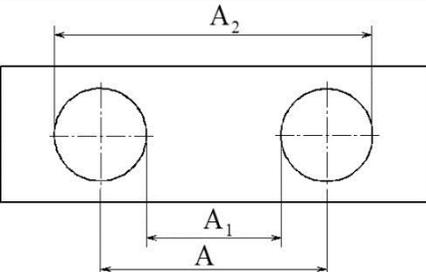
| Схема   | Параметр                              | Значения параметров для вариантов |                   |                   |
|---|---------------------------------------|-----------------------------------|-------------------|-------------------|
|   |                                       | 15                                | 16                | 17                |
|  | Предельная погрешность микрометра, мм | $\pm 0,005$                       | $\pm 0,005$       | $\pm 0,005$       |
|   | $\alpha$                              | $5^\circ$                         | $5^\circ$         | $7^\circ$         |
|   | $d_p$ , мм                            | $8 \pm 0,002$                     | $10 \pm 0,002$ мм | $10 \pm 0,002$ мм |
|   | $m$ , мм                              | 44                                | 50 мм             | 52 мм             |

### Варианты с 18-го по 22-й

Определить результат однократного измерения межосевого расстояния  $A$  по результатам измерения размеров  $A_1$  и  $A_2$  детали, изображенной на эскизе:

$$A = \frac{A_1 + A_2}{2}$$

Размеры  $A_1$  и  $A_2$  измеряются штангенциркулем.

| Схема  | Параметр                                   | Значения параметров для вариантов |     |     |     |     |
|--|--|-----------------------------------|-----|-----|-----|-----|
|  |  | 18                                | 19  | 20  | 21  | 22  |
|  | $A_1$ , мм                                 | 80                                | 100 | 80  | 92  | 60  |
|  | $A_2$ , мм                                 | 200                               | 200 | 200 | 198 | 120 |
|  | Предельная погрешность штангенциркуля, мкм | 50                                | 100 | 100 | 100 | 50  |